

Домашнее задание 3. Срок сдачи 27 сентября.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Решения нужно сдавать в письменном виде. Пожалуйста, пишите разборчиво или набирайте в TeX.

Задача 1. Докажите тождество:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + (n-1)n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}.$$

Задача 2. Докажите, что $2^n > n$ при всех натуральных n .

Задача 3. Докажите, что произведение любых четырёх последовательных целых чисел делится на 24.

Задача 4. Для всех натуральных n докажите неравенство

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} < 2$$

Задача 5. На сколько частей делят плоскость n попарно пересекающихся окружностей, если никакие три окружности не проходят через одну и ту же точку? (Предполагается, что каждые две окружности пересекаются в двух *различных* точках.)

Задача 6 (Бонус 3). Постройте поля из четырёх и пяти элементов (например, с помощью таблиц сложения и умножения). Докажите, что не существует поля из шести элементов.