

Домашнее задание 5. Срок сдачи 18 октября.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Решения нужно сдавать в письменном виде. Пожалуйста, пишите разборчиво или набирайте в TeX.

Задача 1. Найдите наилучшее рациональное приближение числа e среди всех обыкновенных дробей со знаменателем, не превосходящим 10.

Задача 2. Выпишите разложение в цепную дробь числа $\frac{55}{34}$.

Задача 3. Найдите разложение в цепную дробь числа $\sqrt{5}$.

Задача 4. Докажите, что число рационально тогда и только тогда, когда его цепная дробь конечна.

Задача 5. Докажите, что степень двойки (то есть, число вида 2^n) может начинаться с набора цифр 2017.

Задача 6 (Бонус 5). Докажите, что число является квадратичной иррациональностью (то есть, решением уравнения $x^2 + px + q = 0$ для рациональных p и q) тогда и только тогда, когда его цепная дробь периодична.