

Домашнее задание 1. Срок сдачи 21 января.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Решения нужно сдавать в письменном виде. Пожалуйста, пишите разборчиво или набирайте в LaTeX.

Задача 1. Найдите собственные векторы и собственные значения оператора на \mathbb{R}^2 , заданного в стандартном базисе матрицей

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Некоторый оператор T на векторном пространстве удовлетворяет уравнению

$$T^2 - 5T + 6I = 0.$$

где I — тождественный оператор. Чему могут быть равны собственные значения оператора T ?

Задача 3. Вычислите коэффициенты матрицы

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{10}$$

с точностью до второго знака после запятой включительно.

Задача 4. Существует ли вещественная 3×3 матрица A , удовлетворяющая уравнению

$$A^2 + A + 7I = 0?$$

Через I обозначена единичная 3×3 матрица.

Задача 5. Докажите, что линейный оператор на n -мерном векторном пространстве не может иметь больше, чем n попарно различных собственных значений.