

**Домашнее задание 9. Срок сдачи 22 мая.**

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

**Задача 1.** Найдите все линейные преобразования вещественной плоскости  $\mathbb{R}^2$ , которые сохраняют гиперболу  $xy = 1$ .

**Задача 2.** Найдите все линейные преобразования вещественного пространства  $\mathbb{R}^3$ , которые сохраняют гиперболоид  $xy - z^2 = 1$ .

**Задача 3.** Нарисуйте образ квадрата  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 \leq \operatorname{Im} z, \operatorname{Re} z \leq 1\}$  при отображении:

$$z \mapsto \frac{1}{\bar{z} + 1}$$

**Задача 4.** Найдите преобразование Мёбиуса (то есть дробно-линейное преобразование  $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ), которое переводит верхнюю полуплоскость  $H = \{z \mid \operatorname{Im} z \geq 0\}$  в себя, точку  $i$  оставляет на месте и переводит луч  $\{ti \mid t \in \mathbb{R}, t \geq 1\}$  в какую-нибудь дугу окружности  $|z| = 1$ .

**Задача 5.** Найдите все проективные преобразования вещественной плоскости, которые переводят окружность  $x^2 + y^2 = 1$  в себя.