

## Результаты и критерии оценки

Тестирование по линейной алгебре, апрель 2019 г.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

**Задача 1.** Являются ли линейно зависимыми векторы в  $\mathbb{R}^3$ , соединяющие центр правильного тетраэдра с его вершинами? (Во втором варианте вместо вершин — центры граней.)

- Утверждается, что векторов 3.
- ∓ Правильное рассуждение, но неверный ответ. Или верный ответ при отсутствии объяснений.
- + Всё верно.

Оценка	–	∓	+
Количество	1	3	29

**Задача 2.** Пусть  $V$  — вещественное векторное пространство полиномиальных функций на  $\mathbb{R}$  степени не выше два.

- (а) Предъявите базис в  $V$ .
- (б) Определим оператор  $T : V \rightarrow V$  формулой:

$$(Tf)(x) = f\left(x + \frac{3}{2}\right).$$

Проверьте, что  $T$  является линейным оператором и выпишите его матрицу в базисе из пункта (а).

- (в) Найдите жорданову нормальную форму оператора  $T$ .
- ∓ Неправильный ответ или отсутствие ответа в пункте (б). И/или пункт (в) не сделан вовсе или сделан с грубой ошибкой<sup>1</sup>.
- ± Ошибки<sup>2</sup> при раскрытии скобок в  $(x+a)^2$ . Или ошибка в пункте (в) — неверно найдена размерность собственного подпространства.
- + Всё верно.

Оценка	∓	±	+
Количество	6	3	24

**Задача 3.** Вычислите определитель  $5 \times 5$ -матрицы с элементами 1 на диагонали и 3 вне неё.

- Нет ответа.
- ∓ Верный ход решения, но неверный ответ из-за ошибки в вычислениях промежуточных определителей.
- ± Верный ход решения, определитель правильно представлен в виде произведения чисел, но ответ неверный из-за арифметической ошибки<sup>3</sup> при перемножении этих чисел или ошибки при переписывании.
- + Всё верно.

<sup>1</sup>Например, утверждается, что ЖНФ — это единичная матрица.

<sup>2</sup>Коллекция реальных ошибок:  $(x + \frac{3}{2})^2 = x^2 + 3x + \frac{4}{9}$ ,  $(x - \frac{1}{2})^2 = x^2 - x - \frac{1}{4}$ .

<sup>3</sup>Коллекция реальных ошибок:  $7^{-1} \cdot 4^2 = \frac{8}{7}$ ,  $13(-2)^4 = 104$ ,  $16 \cdot 7 = 122$ , при переписывании 7 превращается в  $\frac{1}{7}$ .

Оценка	–	∓	±	+
Количество	2	5	4	21

**Задача 4.** Найдите ядро и образ оператора в  $\mathbb{Q}^5$ , который в некотором базисе записывается “таблицей умножения”, то есть матрицей  $5 \times 5$ , у которой на  $(i, j)$ -том месте стоит  $ij$ . (В качестве ответа нужно выписать либо уравнения, либо порождающий набор векторов в том же самом базисе.) (Во втором варианте — таблица сложения.)

- Рассуждения, не имеющие отношения к решению задачи<sup>4</sup>
- + /2 Верно найдено только ядро, образ не найден, найден неверно<sup>5</sup> или найдена только размерность образа.
- + Приводится явное описание и ядра, и образа в том же самом базисе.

Оценка	–	+ /2	+
Количество	1	6	24

**Задача 5.** Найдите расстояние между плоскостью  $\Pi$  и прямой  $l$  в евклидовом аффинном пространстве  $\mathbb{R}^4$ , если  $\Pi$  задаётся уравнениями  $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ ,  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3$ , а прямая  $l$  проходит через точки  $(0, 0, 1, 0)$  и  $(0, 0, 0, 1)$ .

- Неверный ответ или отсутствие ответа при неверном или непонятном ходе решения.
- ∓ Частично верные или неполные рассуждения<sup>6</sup>, демонстрирующие знакомство с методами решения задачи.
- + /2 Верно найден общий перпендикуляр, но других продвижений нет.
- ± Неверный ответ при верном решении из-за ошибки при переписывании.
- + Верные ответ и решение.

Оценка	–	∓	+ /2	±	+
Количество	17	3	2	1	5

**Задача 6.** Найдите сигнатуру квадратичной формы  $q$  на  $\mathbb{R}^4$ , заданной формулой:

$$q(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum_{i=1}^4 x_i^2 + \sum_{1 \leq i < j \leq 4} 4x_i x_j.$$

- Нет продвижений в решении.
- ∓ Верно найдена матрица Грама и знаки её угловых миноров, но неверно применяется критерий Сильвестра или не применяется вовсе. Или верно применяется критерий Сильвестра, но неверно найдена матрица Грама и/или знаки её угловых миноров.
- + Всё верно.

Оценка	–	∓	+
Количество	5	6	15

<sup>4</sup>Например, “матрица симметрическая — собственные значения действительны (рациональны).”

<sup>5</sup>Например, “образ точно такой же (как ядро), так как матрица симметрична.”

<sup>6</sup>Например, верно выписана функция, минимум которой нужно найти, или предпринята попытка найти общий перпендикуляр.