

**Домашнее задание 10. Срок сдачи 3 июня.**

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

**Задача 1.** На проективной плоскости даны точки  $A = (1 : 2 : 1)$ ,  $B = (2 : 1 : 1)$ ,  $C = (1 : 1 : 2)$ ,  $D = (2 : 2 : 1)$ . Найдите точки пересечения проективных прямых  $AB$  и  $CD$ , прямых  $AC$  и  $BD$  и прямых  $AD$  и  $BC$ .

**Задача 2.** Найдите рациональную параметризацию проективной коники  $x_1x_2 = x_0^2$ .

**Задача 3.** Векторы  $u_1, u_2$  и  $u_3$  в  $\mathbb{R}^3$  компланарны, и векторы  $v_1, v_2$  и  $v_3$  компланарны. Известно, что  $u_i + v_j = u_j + v_i$  для всех пар  $(i, j) = (1, 2), (2, 3)$  и  $(1, 3)$ . Докажите, что векторы  $u_1 + v_2, u_2 + v_3$  и  $u_3 + v_1$  тоже компланарны.

**Задача 4.** Найдите проективное преобразование плоскости  $\mathbb{RP}^2$ , переводящее конику  $\{x_1^2 + x_2^2 - x_0^2 = 0\}$  в себя, а прямую  $\{2x_1 - x_0 = 0\}$  — в прямую  $\{4x_1 - 3x_0 = 0\}$ .

**Задача 5.** Найдите все решения уравнения  $2x^2 + 3y^2 = 5z^2$  в целых числах.