

Семинар 16. Аффинная геометрия

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Задача 1. Существует ли аффинное преобразование прямой \mathbb{R} , переводящее точки

- (а) 5, 6, 7 в точки 1, 2, 3, соответственно;
- (б) 1, 2, 3 в точки $-2, -1, -4$, соответственно?

Задача 2. Аффинное преобразование плоскости \mathbb{R}^2 переводит точку $(1, 0)$ в $(3, 5)$, а точку $(0, 1)$ в $(5, 6)$.

- (а) Найдите образ точки $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ при этом преобразовании.
- (б) Куда при этом преобразовании может перейти точка $(0, 0)$?
- (в) Найдите образ точки $(2020, -2019)$ при этом преобразовании.

Задача 3. В каком отношении делятся точкой пересечения диагонали четырёхугольника $ABCD$ на аффинной плоскости \mathbb{R}^2 при

- (а) $A = (0, 0), B = (1, 0), C = (1, 1), D = (0, 1)$;
- (б) $A = (0, 0), B = (1, 0), C = (2, 7), D = (0, 1)$?

Задача 4. Найдите координаты точки пересечения медиан треугольника ABC в аффинном пространстве \mathbb{R}^4 при

- (а) $A = (1, 0, 0, 0), B = (1, 1, 1, 0), C = (1, 0, 1, 0)$;
- (б) $A = (1, 0, 0, 0), B = (3, 3, 2, 5), C = (2, 0, 1, 9)$.

Задача 5. Найдите координаты центра тяжести тетраэдра в \mathbb{R}^3 с вершинами $A = (2019, 1, 1), B = (1, 2020, 1), C = (1, 1, 2021), D = (0, 2, 1)$.

Задача 6. Двумерная плоскость Π в аффинном пространстве \mathbb{R}^4 проходит через точки $C = (1, 1, 0, 1), D = (1, 1, 1, 1), E = (1, 0, 1, 1)$. Определите в каком из следующих случаев прямая l и плоскость Π пересекаются, в каком — параллельны, и в каком — скрещиваются:

- (а) прямая l проходит через точки $A = (1, 0, 0, 0), B = (1, 1, 1, 0)$;
- (б) прямая l проходит через точки $A = (1, 0, 0, 1), B = (1, 2, 2, 1)$;
- (в) прямая l проходит через точки $A = (0, 0, 0, 0), B = (1, 1, 1, 2)$.