

Домашнее задание 3. Срок сдачи 15 февраля.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Решения нужно сдавать в письменном виде. Пожалуйста, пишите разборчиво или набирайте в LaTeX.

Задача 1. Оператор $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ в стандартном базисе задан матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Найдите матрицу оператора T в базисе из векторов $(\cos \varphi, \sin \varphi)$ и $(-\sin \varphi, \cos \varphi)$.

Задача 2. Найдите минимальный многочлен матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Могут ли матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

быть матрицами одного и того же оператора $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ (в разных базисах)?

Задача 4. Найдите характеристический и минимальный многочлены матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}.$$

Задача 5. (а) Найдите минимальный многочлен матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 14 & 20 \\ -8 & -20 & -36 & -50 \\ 7 & 18 & 31 & 40 \\ -2 & -5 & -8 & -9 \end{pmatrix}$$

(б) Найдите явную формулу для A^n .