

Домашнее задание 4. Срок сдачи 22 февраля.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Решения нужно сдавать в письменном виде. Пожалуйста, пишите разборчиво или набирайте в LaTeX.

Задача 1. Найдите корневые подпространства оператора $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, заданного в стандартном базисе матрицей:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}.$$

Диагонализуем ли оператор T ?

Задача 2. (а) Найдите корневые подпространства оператора $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, заданного в стандартном базисе матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

(б) Найдите какой-нибудь жорданов базис для оператора T и его матрицу B в этом базисе.

(в) Найдите такую матрицу P , что

$$B = P^{-1}AP.$$

Задача 3. Найдите жорданову нормальную форму оператора $T : \mathbb{C}^4 \rightarrow \mathbb{C}^4$, заданного в стандартном базисе матрицей:

$$\begin{pmatrix} -8 & -12 & -1 & 1 \\ 7 & 11 & 1 & -1 \\ -14 & -24 & -3 & 2 \\ -3 & -9 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 4. Найдите степень минимального многочлена оператора ранга 1.

Задача 5. Характеристический многочлен некоторого оператора равен $(t-1)^2(t-2)^2$, а минимальный равен $(t-1)^2(t-2)$. Какой вид может иметь жорданова нормальная форма этого оператора?