

Контрольная 1 февраля

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Фамилия и имя студента:

<i>Задача</i>	1	2	3	4	5	6	Итого
<i>Оценка</i>							

Продолжительность контрольной 80 минут. Для получения полного балла достаточно решить любые 5 задач. Пожалуйста, пишите разборчиво. Можно пользоваться только ручкой и бумагой.

Задача 1. Рассмотрим поле \mathbb{R} как векторное пространство над \mathbb{Q} . Являются ли линейно независимыми векторы

$$3 - 3\sqrt{2}, \quad \frac{1}{\sqrt{2} + 1} ?$$

Задача 2. Найдите ядро, образ и ранг оператора в \mathbb{Q}^4 , который в некотором базисе записывается матрицей

$$\begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 & 14 \\ 21 & 22 & 23 & 24 \\ 31 & 32 & 33 & 34 \\ 41 & 42 & 43 & 44 \end{pmatrix}.$$

(В качестве ответа нужно выписать либо уравнения, либо порождающий набор векторов в том же самом базисе.)

Задача 3. Вычислите определитель 4×4 -матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 + \sqrt{2} & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 + \sqrt{3} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 - \sqrt{2} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 - \sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Задача 4. Найдите синус угла между вектором v и гиперплоскостью Π в евклидовом аффинном пространстве \mathbb{R}^4 , если

$$\Pi = \{x_1 + x_3 + x_4 - 2 = 0\};$$

$$v = (1, 2, -2, 0).$$

Задача 5. Определите тип коники (эллипс, гипербола, парабола, пара прямых, ...) на аффинной плоскости \mathbb{R}^2 :

$$4x^2 + 6xy + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0.$$

Задача 6. Рекуррентная последовательность задана формулой:

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 4a_n; \quad a_0 = 2, \quad a_1 = 3.$$

Найдите явную формулу, выражающую a_n через n .