



РИС. 1. Рисунок к задаче 1 слева, к задаче 5 — справа.

ГЕОМЕТРИЯ, 4-й МОДУЛЬ 2021 г.

Домашнее задание 10. Срок сдачи 2 июня.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Решения нужно сдавать в письменном виде. Пожалуйста, пишите разборчиво или набирайте в LaTeX.

Задача 1. На прямолинейной улице стоят друг за другом красный, зелёный и синий дома. Известно, что ширина фасадов красного и синего дома равна 10 м. Найдите ширину фасада зелёного дома, используя рисунок (см. рис. 1).

Задача 2. (а) Покажите, что каждая матрица из $GL_2(\mathbb{F})$ представляется в виде произведения нескольких матриц вида:

$$\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(б) Покажите, что каждое дробно-линейное преобразование поля \mathbb{F} представляется в виде композиции нескольких преобразований вида:

$$t \mapsto t + b; \quad t \mapsto at; \quad t \mapsto \frac{1}{t}.$$

Задача 3. Найдите прообраз точки $-\frac{35}{46}$ при дробно-линейном преобразовании рациональной проективной прямой, переводящем точки $2, \frac{4}{3}, 1$, соответственно, в точки $-\frac{5}{6}, -\frac{11}{14}, -\frac{3}{4}$.

Задача 4 (Полный четырёхсторонник). Пусть A, B, C и D — точки на проективной плоскости, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Обозначим через X, Y и Z точки пересечения прямых AB и CD , AC и BD , и AD и BC , соответственно. Докажите, что XY, YZ и ZX — гармоническая четвёрка прямых (то есть двойное отношение этих прямых равно -1).

Задача 5. Дополните рисунок (см. рис. 1) колеса обозрения, нарисовав центр колеса. В каком отношении изображение центра колеса делит его диаметр?