

ТРИВИУМ, ВЕСЕННИЙ СЕМЕСТР 2021 г.

Контрольная 17 мая

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Алексенцев Сергей

Задача	1	2	3	4	5	6	Итого
Оценка							

Продолжительность контрольной 80 минут. Для получения полного балла достаточно решить любые 5 задач. Пожалуйста, пишите разборчиво. Можно пользоваться только ручкой и бумагой.

Задача 1. Являются ли линейно зависимыми следующие три вектора в \mathbb{R}^3 :

$$v_1 = (10, 13, 17), \quad v_2 = (11, 15, 19), \quad v_3 = (12, 11, 15)?$$

Задача 2. Найдите ядро, образ и ранг оператора $T : \mathbb{Q}^3 \rightarrow \mathbb{Q}^5$, который в некоторых базисах записывается матрицей

$$\begin{pmatrix} 11 & 21 & 31 \\ 12 & 22 & 32 \\ 13 & 23 & 33 \\ 14 & 24 & 34 \\ 15 & 25 & 35 \end{pmatrix}$$

(В качестве ответа нужно выписать либо уравнения, либо порождающий набор векторов в тех же самых базисах.)

Задача 3. Найдите ориентированный объём параллелепипеда в \mathbb{R}^4 , натянутого на векторы $v_1 + v_2 + v_3 - v_4$, $v_1 + v_2 - v_3 + v_4$, $v_1 - v_2 + v_3 + v_4$ и $-v_1 + v_2 + v_3 + v_4$, если известно, что ориентированный объём параллелепипеда, натянутого на векторы v_1 , v_2 , v_3 и v_4 равен 3.

Задача 4. Найдите площадь параллелограмма в евклидовом пространстве \mathbb{R}^4 , натянутого на векторы u и v , если

$$u = (1, 3, -1, 2);$$

$$v = (1, -2, 5, 1).$$

Задача 5. Квадратичная форма на \mathbb{R}^4 в некотором базисе задана матрицей Грама, у которой на диагонали стоит 1, а вне диагонали 2. Найдите сигнатуру этой формы.

Задача 6. Найдите явную (не рекуррентную) формулу, выражающую через n коэффициенты матрицы A^n для

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$