

ТРИВИУМ, ВЕСЕННИЙ СЕМЕСТР 2021 г.

**Контрольная 18 июня**

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

**Пивоваров Пётр**

Задача	1	2	3	4	5	6	Итого
Оценка							

Продолжительность контрольной 80 минут. Для получения полного балла достаточно решить любые 5 задач. Пожалуйста, пишите разборчиво. Можно пользоваться только ручкой и бумагой.

**Задача 1.** Проверьте, сходится ли ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{(2n)!},$$

и если сходится, то вычислите его сумму.

**Задача 2.** Кривая на евклидовой координатной плоскости задана уравнением  $(3y)^2 = (2x)^3$ . Найдите длину дуги этой кривой между точками  $(0, 0)$  и  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ .

(Вы можете использовать любое известное Вам определение длины или считать, что длина — это интеграл

$$\int_{t_1}^{t_2} \sqrt{f_1'(t)^2 + f_2'(t)^2} dt,$$

где функция  $f : [t_1, t_2] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ;  $f(t) = (f_1(t), f_2(t))$  дифференцируема и задаёт взаимно-однозначное отображение между отрезком  $[t_1, t_2] \subset \mathbb{R}$  и дугой, длину которой требуется найти.)

**Задача 3.** Найдите первообразную рациональной функции:

$$\frac{x^n + 1}{x + 1}.$$

**Задача 4.** Найдите отрезок максимальной длины, на котором функция

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad f(x) = -x^4 + 2x^2 + 3$$

является выпуклой.

**Задача 5.** Дана дифференцируемая функция  $F(x, y)$  от двух вещественных переменных. Найдите производную функции  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  в точке 2, где

$$f(t) = F(t^2, e^t),$$

если известно, что

$$\frac{\partial F}{\partial x} = x^2 + 2xy; \quad \frac{\partial F}{\partial y} = x^2 + y^2.$$