

## Семинар 10. Кубики

Алгебра в криптографии, осенний семестр 2021 г.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

**Задача 1.** (а) Найдите количество мономов степени не выше 3 от двух переменных.  
(б) Докажите, что через любые 9 точек на плоскости можно провести кубику.

**Задача 2.** Проверьте, что точка  $(0 : 1 : 0)$  является точкой перегиба проективной кубики, заданной в однородных координатах  $(a : b : c)$  уравнением

$$b^2c = a^3 + 3ac^2 + 4c^3.$$

**Задача 3.** Задайте явными формулами сложение точек на кубике в форме Вейерштрасса  $y^2 = x^3 + px + q$ .

**Задача 4** (Теорема Кэли-Бахараха). Докажите, что если две различных кубики имеют ровно 9 точек пересечения, то любая другая кубика, проходящая через какие-то 8 из этих 9-ти точек обязательно пройдет и через 9-ую точку.