

## Контрольная работа

Введение в теорию чисел, весенний семестр 2023 г.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Фамилия и имя студента:

Задача	1	2	3	4	5	6	Итого
Оценка							

Продолжительность контрольной — 80 минут. На полный балл достаточно решить любые 5 задач. Можно пользоваться любыми неинтерактивными материалами. Если используете в решении теорему без доказательства, то приведите точную формулировку теоремы и ссылку на источник, где она доказывается.

**Задача 1.** Найдите 7-адическое разложение для рационального числа  $-\frac{5}{6}$ .

**Задача 2.** Является ли 599 квадратичным вычетом по модулю 701?

**Задача 3.** Сколько решений имеет сравнение

$$x^2 + 2y^2 = 3 \pmod{2027}?$$

**Задача 4.** Пусть  $\mathcal{O}_K$  — кольцо целых квадратичного поля  $\mathbb{Q}(\sqrt{-30})$ . Для каких простых чисел  $p \in \mathbb{N}$  главный идеал  $(p) \subset \mathcal{O}_K$  является квадратом простого идеала?

**Задача 5.** Какие из чисел 449, 599, 1009, 1087, 1613, 1789, 1861, 2017 представляются в виде

$$x^2 - 2y^2$$

для целых  $x$  и  $y$ ?

**Задача 6.** В квадрате  $\{(x, y) \mid 0 \leq x, y \leq 100\}$  найдите такую целую точку, что расстояние от неё до прямой  $y = \sqrt{2}x$  меньше, чем 0,007.