

Домашнее задание 4. Срок сдачи 27 ноября.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Задача 1. Разложите на неприводимые представления симметрический квадрат тавтологического представления группы S_3 (действующей на \mathbb{C}^3 перестановками базисных векторов).

Задача 2. Пусть $\rho : S_4 \mapsto GL_3(\mathbb{C})$ — представление группы S_4 , действующей симметриями правильного тетраэдра, а $sgn : S_4 \mapsto \mathbb{C}^*$ — знаковое представление. Определите, какие из следующих представлений изоморфны друг другу, а какие нет:

$$(1) \rho; \quad (2) \rho^*; \quad (3) \Lambda^2 \rho; \quad (4) \rho \otimes sgn; \quad (5) \Lambda^2 \rho \otimes sgn.$$

Задача 3. Группа диэдра D_4 действует на множестве вершин квадрата симметриями квадрата. Разложите на неприводимые представления соответствующее перестановочное представление.

Задача 4. Разложите на неприводимые представления внешний квадрат тавтологического представления группы S_4 (действующей на \mathbb{C}^4 перестановками базисных векторов).

Задача 5. Найдите характер тавтологического представления группы вращений правильного додекаэдра.