

### Контрольная работа, вариант 3

Алгебра III, осенний семестр 2023 г.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Фамилия и имя студента:

Задача	1	2	3	4	5	6	Итого
Оценка							

Продолжительность контрольной — 80 минут. На полный балл достаточно решить любые 5 задач. Можно пользоваться любыми неинтерактивными материалами. Если используете в решении теорему без доказательства, то приведите точную формулировку теоремы.

**Задача 1.** Найдите количество приводимых комплексных двумерных представлений группы перестановок  $S_3$ , рассматриваемых с точностью до изоморфизма.

**Задача 2.** Докажите или опровергните:

У группы  $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$  нет неприводимых вещественных представлений размерности три.

**Задача 3.** Вычислите характер тавтологического представления группы симметрий правильной треугольной призмы.

**Задача 4.** В некоторой группе  $G$  всего пять классов сопряжённости, состоящих из 1, 12, 12, 15 и 20 элементов. Найдите недостающие строки в её таблице характеров:

	(1)	(12)	(12)	(15)	(20)
$\chi_3$	3	$c$	$1 - c$	-1	0
$\chi_4$	4	-1	-1	0	1
$\chi_5$	5	0	0	1	-1

Через  $c$  обозначается золотое сечение  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ .

**Задача 5.** Разложите на неприводимые представления перестановочное представление группы  $A_4$ , действующей на гранях правильного тетраэдра как группа вращений тетраэдра.

**Задача 6.** Пусть  $\rho : S_3 \rightarrow GL_2(\mathbb{C})$  — неприводимое двумерное представление группы  $S_3$ . Разложите представление  $S^6\rho$  в прямую сумму неприводимых представлений.