

## Семинар 6Н. Лемма Гензеля

Введение в теорию чисел, весенний семестр 2024 г.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

**Задача 1.** Вычислите с помощью метода Ньютона

(а)  $\sqrt{3}$ ; (б)  $\sqrt[3]{3}$

с точностью до  $\frac{1}{100}$ .

**Задача 2.** (а) С помощью леммы Гензеля докажите, что оба корня многочлена  $x^2 - 7$  в  $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$  поднимаются до корней этого многочлена в  $\mathbb{Z}_3$ .

(б) Найдите первые 10 цифр одного из значений  $\sqrt{7}$  в  $\mathbb{Z}_3$ .

**Задача 3.** Пусть  $f = x^3 - x - 2$ .

(а) Какие из корней многочлена  $f$  в  $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$  поднимаются до корней в  $\mathbb{Z}_2$ ?

(б) Найдите первые 10 цифр корня многочлена  $f$  в  $\mathbb{Z}_2$ .